GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas são proporcionais, quando os valores de uma são alterados, e os valores da outra também são alterados, por consequência, na mesma proporção que a primeira. As grandezas A e B são diretamente proporcionais quando, aumentando a medida da grandeza A, a medida da grandeza B aumenta, em consequência disso, na mesma proporção.

Se duas grandezas forem diretamente proporcionais, diminuir a medida da grandeza A fará com que a medida da grandeza B também diminua na mesma proporção, por isso, a palavra diretamente é usada para representar esse tipo de proporcionalidade entre grandezas.

Verificação de grandezas diretamente proporcionais

A B C
D E F
A , B, C são proporcionais a D, E, F, se
A/D = B/E = C/F

Exemplo:
2 5 7
6 15 21
2/6 = 5/15 = 7/21 = 1/3

DIVISÃO DE GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Ex: Dividir 280 em grandezas diretamente proporcionais a 2, 5 e 7.

2/**2k** = 5/**5k** = 7/**7k =** 1/k

Logo os termos algébricos que iremos usar são: 2k, 5k e 7k

2k + 5k + 7k = 280
14k = 280
Logo, k = 20

Resposta:

2k = **40**
5k = **100**
7k = **140**

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas que são inversamente proporcionais ainda variam uma em consequência da outra e na mesma proporção, entretanto, o aumento da medida relativa à primeira faz com que a medida relativa à segunda diminua. Se a medida relativa à primeira grandeza diminuir, a medida relativa à segunda aumenta. É por isso que essa proporcionalidade é chamada de inversa.

Exemplo: em uma fábrica de sapatos que possui 25 funcionários, é produzida uma determinada quantidade de sapatos em 10 horas. Se o número de funcionários for 50, essa mesma quantidade de sapatos será produzida em 5 horas.

É evidente que o dobro de funcionários fará o trabalho na metade do tempo. Isso acontece porque as grandezas horas trabalhadas e quantidade de funcionários são inversamente proporcionais.

Verificação de grandezas inversamente proporcionais

A B C
D E F

A , B, C são inversamente proporcionais a D, E, F, se
A x D = B x E = C x F

Exemplo:
2 3 4
12 8 6
2 x 12 = 3 x 8 = 4 x 6

Confira a seguir uma aplicação de relação entre essas grandezas.

João decidiu contar o tempo que levava indo de casa à escola de bicicleta com diferentes velocidades. Observe a sequência registrada.

Tempo (min)	2	4	5	1
Velocidade (m/s)	30	15	12	60

Podemos fazer a seguinte relação com os números das sequências:

$$2 \,.\, 30 = 4 \,.\, 15 = 5 \,.\, 12 = 1 \,.\, 60 = 60$$

Escrevendo como igualdade de razões, temos:

$$\frac{2}{\frac{1}{30}} = \frac{4}{\frac{1}{15}} = \frac{5}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{1}{60}}$$

Nesse exemplo, a sequência de tempo (2, 4, 5 e 1) é inversamente proporcional à velocidade média pedalando (30, 15, 12 e 60) e a **constante de proporcionalidade** (k) entre essas grandezas é 60.

Observe que quando um número de uma sequência dobra, o número da sequência correspondente reduz pela metade.

Cálculo de grandeza inversamente proporcional com regra de três

No exemplo do João indo de casa à escola de bicicleta.

↑ maior velocidade = ↓ menor tempo (grandezas inversas)

Andando a 30 m/s João demora 2 min para chegar à escola. Se andar a 12 m/s, quanto tempo ele levará para completar o percurso?

Escrevendo as proporções

$$\frac{30\ m/s}{12\ m/s} = \frac{2\ min}{x}$$

Como se trata de grandezas inversas, devemos inverter uma razão.

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{x}$$

Utilizando a propriedade fundamental das proporções, multiplicamos cruzado.

$$12.x = 2.30$$

$$12x = 60$$

$$x = \frac{60}{12}$$

$$x = 5$$

Como vimos na tabela do exemplo, se João diminuir a velocidade para 12 m/s, ele aumentará o tempo para 5 min.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) A proporção entre as medalhas de ouro, prata e bronze de um atleta é 3:4:7, respectivamente. Quantas medalhas de ouro, prata e bronze espera-se que esse atleta obtenha em 70 jogos, se essa proporção se mantiver e ele conquistar medalhas em todos os jogos?

a) 20; 30; 40
b) 30; 25; 15
c) 24; 17; 10
d) 15; 20; 35
e) 10; 20; 40

RESOLUÇÃO

3K + 4K + 7K = 70

14K = 70

K = 5

LOGO,

$3K = 15$

$4K = 20$

$7K = 35$

2) Pedro ganhou R$ 360.000,00 em uma loteria federal e resolveu dividir integralmente o prêmio entre os seus três filhos, Ana, Renato e Carlos, de forma que cada um receba uma quantia que seja inversamente proporcional às suas idades.

Sabendo que Ana tem 4 anos, Renato, 5 anos e Carlos, 20 anos, eles receberão, respectivamente,

a) R$ 54.000,00; R$ 216.000,00 e R$ 90.000,00.

b) R$ 90.000,00; R$ 54.000,00 e R$ 216.000,00.

c) R$ 216.000,00; R$ 90.000,00 e R$ 54.000,00.

d) R$ 180.000,00; R$ 144.000,00 e R$ 36.000,00.

e) R$ 180.000,00; R$ 120.000,00 e R$ 60.000,00.

RESOLUÇÃO:

Sejam x, y e z, respectivamente, as quantias recebidas por Ana, Renato e Carlos. Desse modo, tem-se que $x + y + z = 360$ e $4x = 5y = 20z = k$, com k sendo a constante de proporcionalidade.

Portanto, segue que

$$\frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{20} = 360 \Leftrightarrow k = 720.$$

Ana recebeu $\frac{720000}{4} = \text{R\$ } 180.000{,}00$, Renato recebeu $\frac{720000}{5} = \text{R\$ } 144.000{,}00$ e Carlos recebeu $\frac{720000}{20} = \text{R\$ } 36.000{,}00$.