O QUE É A RAZÃO

A razão entre dois números é simplesmente o quociente entre eles. Por exemplo, queremos saber a razão entre o número de meninos e meninas em uma sala de aula. Se há 12 meninos e 18 meninas, então a razão entre eles é 12/18. Você pode pronunciar "doze sobre dezoito", ou então pode dizer "doze por dezoito".

Veja como fazer o cálculo da Razão: Simplificando esta fração por 6, encontramos 2/3, ou seja, para

$$\frac{meninos}{meninas} = \frac{2}{3}$$

cada 2 meninos há três meninas. E você pode dizer "dois por três", "dois sobre três", ou dizer "dois terços".

O que são as Escalas

Quando se constrói uma escala o costume é primeiro fazer uma planta, que contém o traçado, o desenho do que será construído. E, nesta planta devem estar consideradas e indicadas as medidas no tamanho real do que você quer representar.

E, na mesma planta, devem constar as medidas, o tamanho da figura desenhada, da planta. Estes tamanhos "do desenho na planta", e da real dimensão do que será construído **devem estar na mesma unidade de medida.**

Por exemplo, uma casa que possui um comprimento de 20 metros pode ser representada em um desenho em que a representação do comprimento da casa tem 20 cm. Vemos que as unidades de medida não são as mesmas.

Temos a casa em 20 metros, e a dimensão da casa na planta em 20 centímetros. Para resolver esta discrepância, portanto, vamos ter que transformar o metro em cm, pois é nesta unidade que representaremos o desenho, 20 metros = 2000 centímetros. Esta relação vai definir a Escala da Planta.

Veja o cálculo de Razão e Proporção

- A escala é simplesmente a razão entre o tamanho do desenho e o tamanho real, assim, para o nosso exemplo:

$$Escala = \frac{tamanho\ no\ desenho}{tamanho\ real}$$

$$Escala = \frac{20cm}{2000cm}$$

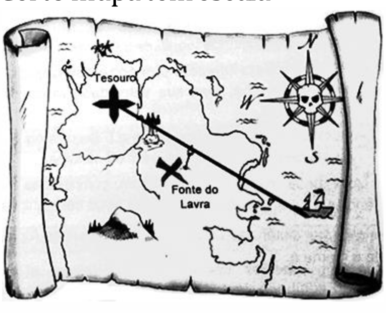
Simplificando por 20 o numerador e o denominador, e também a unidade de medida, encontramos a

$$Escala = \frac{1}{100}$$

escala: Ela significa que cada centímetro no desenho representa 100 centímetros no real. Você pode pronunciar que a escala é de "um para cem". Ou seja, para cada "um centímetro" na planta, você tem "cem centímetros" na construção real.

EXERCÍCIOS COM GABARITO COMENTADO

1) (Enem 2018) Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real.
Certo mapa tem escala 1 : 58.000.000.



Disponível em: http://oblogdedaynabrigth.blogspot.com.br. Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm.

A medida real, em quilômetro, desse segmento de reta é

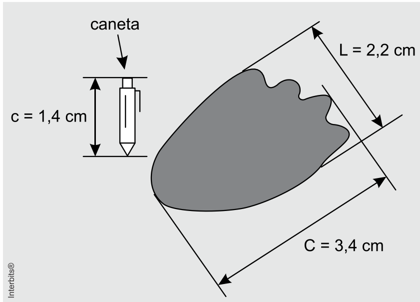
a) 4.408.
b) 7.632.
c) 44.080.
d) 76.316.
e) 440.800.

2. (Enem 2018) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deve ter sua altura entre $0,5\text{ cm}$ e 1 cm, enquanto a esteira deve apresentar comprimento superior a 4 cm. Todo o desenho deverá ser feito em uma escala $1:X$.
Os valores possíveis para X são, apenas,
a) $X > 1.500$.
b) $X < 3.000$.
c) $1.500 < X < 2.250$.
d) $1.500 < X < 3.000$.
e) $2.250 < X < 3.000$.

3. (Enem 2017) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala $1:400$, e que seu volume é de 25 cm^3.
O volume do monumento original, em metro cúbico, é de
a) 100.
b) 400.
c) 1.600.
d) 6.250.
e) 10.000.

4. (Enem 2016) Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala $1:8$, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.
A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,
a) $22,00\text{ cm}$, $12,00\text{ cm}$ e $5,00\text{ cm}$.
b) $27,50\text{ cm}$, $15,00\text{ cm}$ e $6,50\text{ cm}$.
c) $34,37\text{ cm}$, $18,75\text{ cm}$ e $7,81\text{ cm}$.
d) $35,20\text{ cm}$, $19,20\text{ cm}$ e $8,00\text{ cm}$.
e) $44,00\text{ cm}$, $24,00\text{ cm}$ e $10,00\text{ cm}$.

5. (Enem 2015) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de $16,8\text{ cm}$ de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a
a) $4,9$ e $7,6$.
b) $8,6$ e $9,8$.
c) $14,2$ e $15,4$.
d) $26,4$ e $40,8$.
e) $27,5$ e $42,5$.

6. (Enem) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala $1:100$, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm.
O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será
a) 6.
b) 600.
c) 6.000.
d) 60.000.
e) $6.000.000$.

7. (Enem) A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8m de comprimento e 6m de altura.

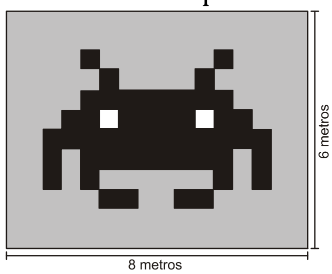


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42cm de comprimento e 30cm de altura, deixando livres 3cm em cada margem, conforme a Figura 2.

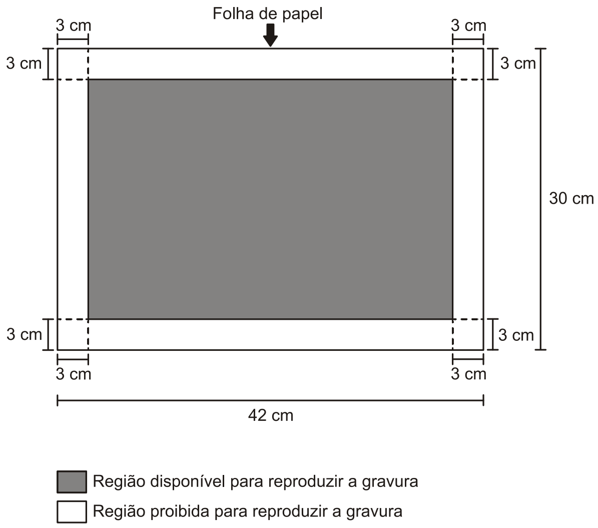
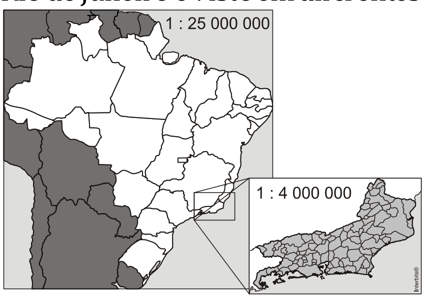


Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.
PRADO, A. C. *Superinteressante*, ed. 301, fev. 2012 (adaptado).

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é
a) 1 : 3.
b) 1 : 4.
c) 1 : 20.
d) 1 : 25.
e) 1 : 32.

8. (Enem) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.
Esse número é
a) menor que 10.
b) maior que 10 e menor que 20.
c) maior que 20 e menor que 30.
d) maior que 30 e menor que 40.
e) maior que 40.

9. (Enem) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente.
Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?
a) 600, 550, 350
b) 300, 300, 150
c) 300, 250, 200
d) 200, 200, 100
e) 100, 100, 50

10. (Enem) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.
Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.
Disponível em: http://veja.abril.com.br.Acesso em 25 jun. 2011 (adaptado)

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?
a) 1:700
b) 1:7 000
c) 1:70 000
d) 1:700 000
e) 1:7 000 000

GABARITO

1:[A]
Se ℓ é a medida real do segmento, então
$\dfrac{1}{58000000}=\dfrac{7,6}{\ell}\Leftrightarrow \ell=440800000\,\text{cm}=4408\,\text{km}.$

2:[C]
Sendo $15\text{ m}=1500\text{cm}$ e $90\text{ m}=9000\text{cm}$, temos
$\dfrac{1}{X}\cdot 9000>4\Leftrightarrow X<2250.$
e
$\dfrac{1}{2}<1500\cdot\dfrac{1}{X}<1\Leftrightarrow 1500<X<3000.$
Portanto, das duas condições, segue que $1500<X<2250.$

3:[C]
Supondo as dimensões da miniatura como sendo 1, 1 e 25 centímetros, pode-se calcular:
Miniatura $\Rightarrow$ dimensões $\Rightarrow$ 1, 1 e 25
Convertendo usando a escala $\Rightarrow$ 400, 400 e $25\cdot 400$
$V_{monumento}=400^2\cdot(25\cdot 400)=1.600.000.000\text{ cm}^3=1.600\text{ m}^3$

4:[A]
Sejam $a,\ \ell$ e p, respectivamente, a altura, a largura e a profundidade no desenho. Tem-se que $a=\dfrac{220}{8}=27,5\text{ cm};$ $\ell=\dfrac{120}{8}=15\text{ cm}$ e $p=\dfrac{50}{8}=6,25\text{ cm}.$ Por conseguinte, após a redução de 20%, tais medidas passaram a ser $0,8\cdot 27,5=22\text{ cm};\ 0,8\cdot 15=12\text{ cm}$ e $0,8\cdot 6,25=5\text{ cm}.$

5:[D]
Sejam L' e C', respectivamente, a largura e o comprimento reais da pegada. Tem-se que
$\dfrac{2,2}{L'}=\dfrac{3,4}{C'}=\dfrac{1,4}{16,8}=\dfrac{1}{12}\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}L'=26,4\text{cm}\\C'=40,8\text{cm}\end{array}\right..$

6:[E]
Seja V o volume real do armário.
O volume do armário, no projeto, é $3\cdot 2\cdot 1=6\text{cm}^3.$ Logo, temos $\dfrac{6}{V}=\left(\dfrac{1}{100}\right)^3\Leftrightarrow V=6.000.000\text{cm}^3.$

7:[D]
A região disponível para reproduzir a gravura corresponde a um retângulo de dimensões $42-2\cdot 3=36\text{cm}$ e $30-2\cdot 3=24\text{cm}.$
Daí, como $\dfrac{24}{600}=\dfrac{1}{25}$ e $\dfrac{36}{800}>\dfrac{32}{800}=\dfrac{1}{25},$ segue-se que a escala pedida é $1:25.$

8:[D]
Sejam L e L', tais que $L=\dfrac{1}{25000000}$ e $L'=\dfrac{1}{4000000}.$ Desse modo,
$\dfrac{L'}{L}=\dfrac{\frac{1}{4000000}}{\frac{1}{25000000}}\Leftrightarrow\dfrac{L'}{L}=\dfrac{25}{4},$
e, portanto,
$\left(\dfrac{L'}{L}\right)^2=\left(\dfrac{25}{4}\right)^2\Rightarrow L'^2\cong 39,06L^2,$
ou seja, a área destacada no mapa foi ampliada aproximadamente 39,06 vezes.

9:[B]
Seja x o total de laranjas:
Na primeira viagem, temos $\dfrac{6x}{15},\dfrac{5x}{15}$ e $\dfrac{4x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).
Na segunda viagem, temos $\dfrac{4x}{10}=\dfrac{6x}{15},\dfrac{4x}{10}=\dfrac{6x}{15}$ e $\dfrac{2x}{10}=\dfrac{3x}{15}$ (José, Carlos e Paulo).
Carlos foi o único que transportou mais laranjas.
$\dfrac{6x}{15}-\dfrac{5x}{15}=50\Rightarrow x=750$
Portanto, na segunda viagem, José transportou 300 laranjas, Carlos transportou 300 laranjas e Paulo transportou 150 laranjas.

10:[D]
$\dfrac{60}{10.42.10^3.10^2}=\dfrac{1}{7.10^5}=\dfrac{1}{700\ 000}.$