

DÍZIMAS PERIÓDICAS

Números inteiros podem ser compreendidos como a divisão do próprio número inteiro por 1. Quando o resultado da divisão entre dois números inteiros não é um decimal finito, é uma dízima periódica.

Fração geratriz

A fração geratriz é aquela que dá origem a uma dízima periódica.

Os números decimais periódicos apresentam um ou mais algarismos que se repetem infinitamente. Esse algarismo ou algarismos que se repetem representam o período do número.

Quando a parte decimal é composta apenas pelo período, a dízima é classificada como simples. Já quando além do período existir, na parte decimal, algarismos que não se repetem, a dízima será composta. Os algarismos que não compõem o período, são denominados de parte inteira e antiperíodo.

São exemplos de dízimas periódicas simples:

0,34343434... → parte inteira igual a 0 e período igual a 34

1,222222... → parte inteira igual a 1 e período igual a 2

234,193193193... → parte inteira igual a 234 e período igual a 193

São exemplos de dízimas compostas:

3,125555... → parte inteira igual a 3, parte não periódica igual a 12 e período igual a 5.

1,7863333... → parte inteira igual a 1, parte não periódica igual a 786 e período igual a 3.

11,2350505050... → parte inteira igual a 11, parte não periódica igual a 23 e período igual a 50.

Regra prática para obtenção da fração geratriz:

O número formado pelo antiperíodo e período menos o número formado pelo antiperíodo, sobre tantos noves quantos são os algarismos do período e tantos zeros quantos são os antiperíodos depois da vírgula.

Cálculo algébrico da fração geratriz

Ex:

$$1,23333...$$

$$x = 1,23333...$$

$$10x = 12,3333...$$

$$100x = 123,3333...$$

$$- 10x = 12,3333...$$

$$90x = 111, \text{ logo } x = 111/90 \text{ (fração geratriz)}$$

EXERCÍCIOS

1. Calcule o valor de M na expressão abaixo.

$$M = \frac{\frac{7}{11} + 0,333...}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2}$$

a) $\frac{23}{2}$

b) $\frac{25}{2}$

c) $\frac{27}{2}$

d) $\frac{29}{2}$

e) $\frac{31}{2}$

2. A expressão $\left(\frac{2}{3} - 0,333...\right)^2 + \sqrt{0,111...}$ tem resultado:

a) 0.

b) 1.

c) $\frac{1}{9}$.

d) $\frac{1}{3}$.

e) $\frac{4}{9}$.

3. Seja $x = \left\{0,333..., 0,760, \frac{13}{17}, \frac{6}{17}\right\}$.

Se a e b são respectivamente o maior e o menor dos elementos de x, então, $\frac{a+b^2}{b}$ é um número

a) entre 1 e 2.

b) entre 2 e 3.

c) entre 3 e 4.

d) maior do que 4.

4. O valor da expressão $\frac{1}{3} + 0,333... + 0,3$ é:

a) 1

b) $\frac{29}{30}$

c) 0,99

d) 0,93

5. O valor da expressão $2,422... + \frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ é igual a

a) $\frac{118}{90}$.

b) $\frac{223}{90}$.

- c) $\frac{263}{90}$.
d) $\frac{481}{90}$.

6. A expressão $\frac{1,101010... + 0,111...}{0,09696...}$ é igual a

- a) 12,5
b) 10
c) 8,75
d) 5
e) 2,5

7. (UNIRIO)

A fração geratriz de 3,741515... é

- a) 37415/10000
b) 3741515/10000
c) 37041/9900
d) 37041/9000
e) 370415/99000

Gabarito:

Resposta da questão 1:

[E]

$$M = \frac{\frac{7}{11} + 0,333...}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{7}{11} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{11} \cdot \frac{2}{3}} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{21+11}{33}}{\frac{2}{22}} - \frac{1}{2} = \frac{32}{2} - \frac{1}{2} = \frac{31}{2}$$

Resposta da questão 2:

[E]

Utilizando a propriedade de funções geratriz, temos:

$$\left(\frac{2}{3} - 0,333...\right)^2 + \sqrt{0,111...} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{9}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

Resposta da questão 3:

[B]

Transformando as frações em números decimais (aproximados), tem-se:

$$x = \{0,333..., 0,760, 0,765, 0,352\}$$

Logo, a e b serão:

$$a = 0,7647 = \frac{13}{17}$$

$$b = 0,3333... = \frac{1}{3}$$

Calculando:

$$\frac{\frac{13}{17} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{13 \cdot 9 + 1 \cdot 17}{17 \cdot 9} \cdot \frac{3}{1} = \frac{134}{51} \approx 2,62$$

Resposta da questão 4:

[B]

$$\frac{1}{3} + 0,333... + \frac{3}{10} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{29}{30}$$

Resposta da questão 5:

[C]

$$2,422... + \frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{24,2222...}{10} + \frac{1}{2} = \frac{24 + \frac{2}{9}}{10} + \frac{1}{2} = \frac{218}{90} + \frac{1}{2} = \frac{263}{90}$$

Resposta da questão 6:

[A]

$$1,101010... = 1 + \frac{10}{99} = \frac{109}{99}$$

$$0,111 = \dots = \frac{11}{99}$$

$$0,09696 = \frac{96}{990}$$

$$\text{Logo } \frac{1,101010... + 0,111...}{0,09696...} = \frac{\frac{109}{99} + \frac{11}{99}}{\frac{96}{990}} = \frac{25}{2} = 12,5.$$

Resposta da questão 7:

[C]