

PORCENTAGEM

DEFINIÇÃO

Porcentagem ou razão percentual é uma razão de denominador 100. A porcentagem é representada pelo símbolo % (por cento).

Ex.: Numa escola de 500 estudantes, 300 são vascaínos.
Pergunta-se:

- Qual a razão entre vascaínos e o total de alunos.
- Qual a porcentagem de vascaínos.

Solução:

$$\text{a) } \frac{\text{vascaínos}}{\text{total}} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

- A porcentagem é a razão percentual. (razão de denominador 100)

$$\frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Na prática para transformarmos, uma razão qualquer em uma razão percentual, basta multiplicar esta razão por 100%.

$$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{5} \times 100\% = \frac{300\%}{5} = 60\%$$

Obs.: Dado um número real positivo “p”, para calcularmos p% de um determinado valor, basta multiplicar esse valor

por $\frac{P}{100}$.

Ex.:

$$\text{a) } 25\% \text{ de } 14 = \frac{25}{100} \times 14 = 3,5$$

$$\text{b) } 21,3\% \text{ de } 12 = \frac{21,3}{100} \times 12 = 2,556$$

ACRÉSCIMOS (FATOR DE AUMENTO)

O fator de aumento é um número que permite achar o novo preço de uma mercadoria, após um aumento percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo: Uma mercadoria custava \$168,00. Qual seu novo preço após um aumento de 32%?

Resolução:

Se o preço de uma mercadoria, aumentou 32%, ele passou a valer:

$$100\% + 32\% = 132\% = \frac{132}{100} = 1,32 \text{ do preço anterior.}$$

Logo:

$$\text{Novo preço} = 1,32 \times \$168,00 = \$221,76$$

O fator 1,32 é chamado de fator de aumento (f_a)

Vamos ver agora, uma definição mais formal:

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um acréscimo de a%. O seu valor de venda V será dado por:

$$V = V_0 + a\% \cdot V_0 \Rightarrow V = V_0 + \frac{a}{100} \cdot V_0$$

$$\Rightarrow V = V_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ onde,}$$

$V \rightarrow$ Valor de venda após o acréscimo

$V_0 \rightarrow$ Valor inicial

$a \rightarrow$ Taxa de acréscimo

Obs: O número $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$ é chamado de fator de aumento (f_a)

Ex.: Uma mercadoria custa C sofre um acréscimo de 24%. Por quanto é vendida a mercadoria?

Solução:

$$V = C \cdot \left(1 + \frac{24}{100}\right) \Rightarrow v = 1,24 C$$

DESCONTOS (FATOR DE DESCONTO)

O fator de desconto é um número que permite achar o novo preço de uma mercadoria, após um desconto percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo: Uma mercadoria custava \$170,00. Qual o seu novo preço após um desconto de 32%?

Resolução: Se o preço da mercadoria sofreu um desconto de 32%, ele passou a valer:

$$100\% - 32\% = 68\% = \frac{68}{100} = 0,68 \text{ do preço anterior.}$$

Logo:

$$\text{Novo preço} = 0,68 \times \$170,00 = \$115,60.$$

O fator 0,68 é chamado de fator de desconto (f_d)

Vamos ver agora uma definição mais formal:

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um desconto de $d\%$. O seu valor de venda V será dado por:

$$V = V_0 - d\% \cdot V_0 \Rightarrow V = V_0 - \frac{d}{100} \cdot V_0$$

$$\Rightarrow V = V_0 \left(1 - \frac{d}{100}\right) \text{ onde,}$$

$V \rightarrow$ Valor de venda após o acréscimo

$V_0 \rightarrow$ Valor inicial

$a \rightarrow$ Taxa de desconto

Obs: O número $\left(1 - \frac{d}{100}\right)$ é chamado de fator de desconto.

Ex.: Uma mercadoria custa C sofre um desconto de 30%. Por quanto é vendida a mercadoria?

$$V = C \cdot \left(1 - \frac{30}{100}\right) \Rightarrow V = 0,7 C$$

Cálculo da porcentagem de aumento através fator de aumento:

Observe a seguinte situação:

Uma mercadoria que custava \$168,00 passou a custar \$221,76. Qual a porcentagem de aumento?

Resolução:

Devemos encontrar, primeiramente, qual o número que multiplica 168 para obtermos 221,76:

$$168 \times f_a = 221,76 \Rightarrow f_a = \frac{221,76}{168}$$

$f_a = 1,32$, ou seja, um aumento de

$$1,32 - 1 = 0,32 \text{ ou seja } (0,32 \times 100\%) = 32\%$$

Conclusão:

Cálculo da porcentagem a partir do fator de aumento:

1º) Calcula-se o fator de aumento:

$$f_a = \frac{\text{PreçoNovo}}{\text{PreçoAntigo}}$$

2º) Calcula-se a porcentagem de aumento:

$$\% \text{ de Aumento} = (f_a - 1) \times 100\%$$

Obs: O bom entendimento do cálculo da porcentagem a partir do fator de aumento, vai facilitar muito o estudo das taxas nos juros simples e compostos.

Cálculo da porcentagem de desconto através do fator de desconto

Observe a seguinte situação:

Uma mercadoria que custava \$170,00, sofreu um desconto e passou a custar \$115,60. Qual a porcentagem de desconto?

Resolução:

Devemos encontrar, primeiramente, qual o número que multiplica 170 para obtermos 115,60:

$$170 \times f_d = 115,60 \Rightarrow f_d = \frac{115,6}{170}$$

$$\Rightarrow f_d = 0,68$$

Ou seja, o novo preço é 0,68 do que era antes. Logo, o desconto é de

$$(1 - 0,68) \times 100\% = 0,32 \times 100\% = 32\%$$

Conclusão:

Cálculo da porcentagem de desconto a partir do fator de desconto:

1º) Calcula-se o fator de desconto:

$$f_d = \frac{\text{PreçoNovo}}{\text{PreçoAntigo}}$$

2º) Calcula-se a porcentagem de desconto:

$$\%deDesconto = (1 - f_d) \times 100\%$$

JUROS SIMPLES / JUROS COMPOSTOS

A diferença entre juros simples e compostos é basicamente a seguinte:

- O cálculo do juro simples é sempre feito em relação ao capital inicial. Desse modo, o valor do juro é constante em cada período. (A seqüência formada pelo montantes no final de cada período é uma P.A.)
- cálculo do juro composto é feito em relação ao montante que se tem no início de cada período. No final de cada período, o juro é incorporado ao capital. (A seqüência formada pelos montantes no final de cada período é uma P.G.)

Exemplo:

Uma nutricionista investiu \$100,00 em um banco que paga juros simples de 10% ao mês. Qual será o montante após 3 meses de investimento?

Mês	Montante no início de cada mês	Juro do mês	Montante no final de cada mês
1º	100,00	10% de 100=10,00	110,00
2º	110,00	10%de 100=10,00	120,00
3º	120,00	10%de 100=10,00	130,00

Resposta: \$130,00 (Note que a seqüência (110,00 ; 120,00 ; 130,00; ...) é uma P.A. de razão 10).

Se a mesma nutricionista investisse os mesmos \$100,00 reais a taxa de juros compostos de 10% ao mês, qual seria o montante após 3 meses de investimento?

Mês	Montante no início de cada mês	Juro do mês	Montante no final de cada mês
1º	100,00	10% de 100=10	110,00
2º	110,00	10%de110 =11,00	121,00
3º	121,00	10%de121 =12,10	133,10

Resposta: \$133,10 (Note que a seqüência (110,00 ; 121,00 ; 133,10 ; ...) é uma P.G. de razão 1,1).

JUROS SIMPLES

Cálculo do juros

$$J = C_0 \cdot i \cdot t$$

$C_0 \rightarrow$ Capital inicial

$i \rightarrow$ taxa

$t \rightarrow$ tempo

A fórmula só é válida se o tempo t for expresso na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa i considerada

Capital acumulado

$$C = C_0 + J$$

JUROS COMPOSTOS

Montante:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Onde:

$M \rightarrow$ Montante

$i \rightarrow$ taxa unitária

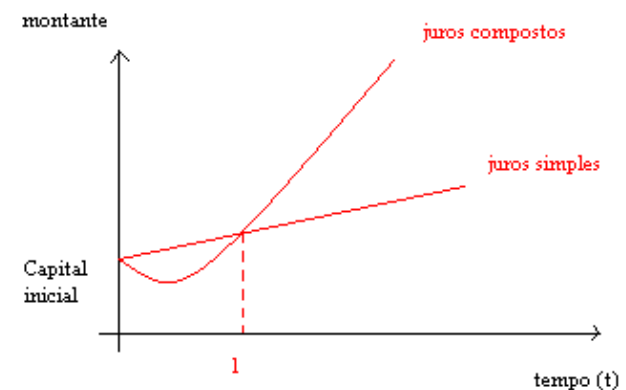
$n \rightarrow$ número de períodos

Obs: O fator $(1 + i)^n$ é chamado de fator de capitalização ou fator de acumulação de capital).

Cálculo do Juro (J)

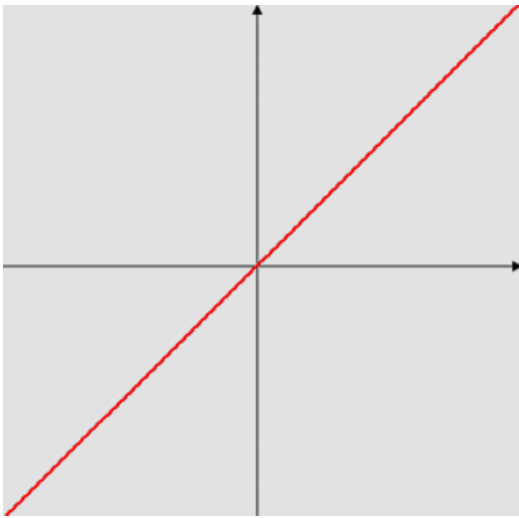
$$J = M - C \Rightarrow J = C \cdot [(1 + i)^n - 1]$$

Representação gráfica



Juros Simples = Função do 1º grau

$$J = C.i.t \rightarrow f(x) = ax$$



Juros Compostos = Função Exponencial

$$M = C(1+i)^t \rightarrow f(x) = a^x$$



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS:

1) Joaquim é comerciante e tem em sua loja um produto que custa R\$14,00. Para atrair mais clientes, resolve dar um desconto de 30% para este produto, mas antes, muito “esperto”, aumenta o valor inicial de modo que após a venda, não tenha nem perda nem ganho com a promoção, ou seja, continue recebendo R\$ 14,00. Qual o valor do produto para a promoção ?

Solução:

$$0,7 X = 14$$

$$x = \frac{14}{0,7} = 20$$

Respostas: R\$ 20,00

2) Considere você ir numa loja comprar um computador. O que você prefere, ganhar um desconto de 40% ou ganhar dois descontos sucessivos de 20% e 24% ? Justifique sua resposta.

Considere um preço inicial x :

$$\text{Desconto de 40\%} = 0,6x$$

$$\text{Descontos de 20\% e 24\%} = 0,8 \times 0,76 = 0,608x$$

Se $x = \text{R\$ } 100,00$

$$\text{Desconto de 40\%} = 0,6 \cdot 100 = 60,00$$

$$\text{Descontos de 20\% e 24\%} = 0,608 \cdot 100 = 60,80$$

Resposta:

Desconto de 40% é maior.

3) Um produto tem reajustes sucessivos de 10% e 20%. A redução que deve ser calculada para se voltar ao valor inicial é de:

a) 30%

b) 25%

c) 24,24%

d) 22,75%

Solução :

$$\text{Reajuste: } 1,1 \times 1,2 = 1,32$$

$$\text{Desconto: } 1,32 \times D = 1$$

$$D = 1/1,32 = 0,7575\dots = \text{desconto de 24,24\%}$$

Resposta: C

4) Dei um aumento de 30% para um funcionário da minha empresa, mas por excesso de faltas descontei 25% do novo salário. Ele ganhou mais ou menos em relação ao salário antigo? Justifique.

Solução:

Ganhou menos, veja as contas:

$$1,3 \times 0,75 = 0,975$$

Ou seja, desconto de 2,5% ao salário antigo.