A **razão** estabelece uma comparação entre duas grandezas, sendo a divisão entre dois números. Já a **proporção** é determinada pela igualdade entre duas razões, ou ainda, quando duas razões possuem o mesmo resultado.

Definição algébrica:
Sabendo que existe duas grandezas ***a*** e ***b***, a razão entre ***a*** e ***b***, com ***b*** diferente de zero, é o quociente entre ***a*** e ***b***:

$$\frac{a}{b}$$

Exemplo:
Seja **a** = 18 e **b** = 12, qual a razão entre **a** e **b**?

$\frac{a}{b} = \frac{18}{12}$ (RAZÃO)

Sendo que:

$\frac{a}{b} = \frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (PROPORÇÃO)

Propriedade fundamental da proporção
"O produto dos meios é igual ao produtos dos extremos."
Então, ao escrevermos

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

dizemos que ***a*** e ***d*** são os extremos da proporção e ***b*** e ***c*** são os meios da proporção.Logo:
a .d = b . c
Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

2 . 15 = 3 . 10

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) (UFOP-MG) Duas torneiras são utilizadas para encher um tanque vazio. Sabendo que sozinhas elas levam 10 horas e 15 horas, respectivamente, para enchê-lo. Quanto tempo as duas torneiras juntas levam para encher o tanque?
a) 6 horas.
b) 12 horas e 30 minutos.
c) 25 horas.
d) 8 horas e 15 minutos.

SOLUÇÃO:
Em questões de torneira, deve-se descobrir as frações de cada uma em relação a unidade de tempo, nesse caso 1 hora:
Torneira 1
Enche 1/10 do tanque por hora
Torneira 2
Enche 1/15 do tanque por hora
As duas enchendo juntas, 1/10 + 1/15 = 3/30 + 2/30 = 5/30 do tanque por hora
Logo:
6 x 5/30 = 30/30 (tanque cheio)
Resposta:
6 horas as duas enchem o tanque
Letra A

2) (Vunesp). Em uma população carcerária de 14 400 presos, há 1 mulher para cada 11 homens nessa situação. Do total das mulheres, 2/5 estão em regime provisório, correspondendo a
a) 840 mulheres.
b) 480 mulheres.
c) 1200 mulheres.
d) 640 mulheres.
e) 450 mulheres.

SOLUÇÃO:
Se há 1 mulher para cada homem, então a razão de mulheres do total é 1/12
Se são 14400 presos, são 14400 : 12 = 1200 mulheres
Se 2/5 estão em regime provisório, então 1200 x 2/5 = 480
mulheres
Letra B

GRANDEZAS DIRETAMENTE E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS
Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, ao se multiplicar o valor de uma delas por um número positivo, o valor da outra é multiplicado por esse mesmo número positivo.
Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao se multiplicar o valor de uma delas por um número positivo, o valor da outra é dividido por esse mesmo número positivo.

REGRA DE TRÊS
Regra de Três é o processo destinado a resolver problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.
Se forem observados três valores e seja necessário encontrar um quarto valor, deve-se usar a regra de três simples para encontrar esse valor desconhecido.
Se tiver mais de duas grandezaa, deve-se usar a regra de três composta para encontrar o valor desconhecido do problema.

REGRA DE TRÊS SIMPLES
A resolução desse tipo de problema esta baseada na montagem de uma tabela (em proporção) e resolvera equação.

1) Um atleta percorre 20km em 2h, mantendo o mesmo ritmo, em quanto tempo ele percorrerá 30km?
Montemos uma tabela:

Percurso (km)	Tempo (h)
20	2
30	x

As grandezas são **DIRETAMENTE PROPORCIONAIS,** ou seja, se aumentaro percurso, o tempo gasto pelo atleta também aumentará.

$$\frac{20}{30} = \frac{2}{x}$$

Multiplicando cruzado:
20x = 60
x = 3

Assim, o atleta percorrerá 30km em 3h.

2) Quatro trabalhadores constroem uma casa em 8 dias. Em quanto tempo, dois trabalhadores constroem a mesma casa?

Nº de trabalhadores	Tempo (dias)
4	8
2	x

As grandezas são **INVERSAMENTE PROPORCIONAIS**.
Se 4 trabalhadores constroem uma casa em 8 dias, 2 trabalhadores demorarão mais tempo para construir, ou seja, quanto menor o número de trabalhadores, maior será o tempo para a construção.

$$\frac{4}{2} = \frac{x}{8}$$

Multiplicando cruzado:
2x = 32
x = 16
Logo, 2 trabalhadores construirão a casa em 16 dias.

Exemplo 1
Um pintor utilizou 18 litros de tinta para pintar 60m² de parede. Quantos litros de tintas serão necessários para pintar 450 m², nas mesmas condições?

Litros	Área em m²
18	60
x	450

SOLUÇÃO:
18 -------------- 60
x --------------- 450
Quanto maior a área a ser pintada maior será a quantidade de tinta, logo é diretamente proporcional.
60.x = 18 . 450
60x = 8100
x = 8100/60
x = 135
Logo, serão necessários 135 litros de tintas para pintar uma parede de 450 m².

Exemplo 2
Márcia leu um livro em 4 dias, lendo 15 páginas por dia. Se tivesse lido 6 páginas por dia, em quanto tempo ela leria o mesmo livro?

Dias	Páginas por dia
4	15
x	6

SOLUÇÃO:
Se Márcia ler mais páginas por dia demorará menos tempo para ler o livro, caso ela diminua as páginas lidas por dia aumentará o tempo de leitura. Assim, a regra de três é proporcionalmente inversa.

Dias	Páginas por dia
x	15
4	6

x --------------- 15
4 --------------- 6

6 . x = 4 . 15
6x = 60
x = 60/6
x = 10
Se passar a ler 6 páginas por dia levará 10 dias para ler o livro.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA
É utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
Exemplos:
1) Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160m³ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125m³?
SOLUÇÃO:

Horas	**Caminhões**	**Volume**
8	20	160
5	x	125

Identificação dos tipos de relação:
Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

Horas	Caminhões	Volume
8	20 ↓	160
5	x	125

A seguir, devemos comparar cada grandeza com aquela onde está o x.
Note: **Aumentando** o número de horas de trabalho, é possível **diminuir** o número de caminhões. Assim, a relação é *inversamente proporcional* (**seta para cima na 1ª coluna**).
Aumentando o volume de areia, deve-se **aumentar** o número de caminhões. Logo, a relação é *diretamente proporcional* (**seta para baixo na 3ª coluna**).
Deve-se então igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões de acordo com o sentido das setas.
Montando a proporção e resolvendo a equação:

Horas	Caminhões	Volume
8 ↑	20 ↓	160 ↓
5	x	125

$$\frac{20}{x} = \frac{160}{125} \cdot \boxed{\frac{5}{8}} \longrightarrow$$ Termos foram invertidos (seta contrária)

$$\frac{20}{x} = \frac{\overset{20}{\cancel{160}}}{\underset{25}{\cancel{125}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{5.20}{4} = 25$$

Logo, serão necessários **25 caminhões**.

2) Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

SOLUÇÃO:

Homens	**Carrinhos**	**Dias**
8	20	5
4	x	16

Aumentando o número de homens, a produção de carrinhos **aumenta**. Portanto a relação é *diretamente proporcional* (não precisamos inverter a razão). **Aumentando** o número de dias, a produção de carrinhos **aumenta**. Portanto a relação também é *diretamente proporcional* (não precisamos inverter a razão). Igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões.

Montando a proporção e resolvendo a equação:

$$\frac{20}{x} = \frac{8}{4} \cdot \frac{5}{16}$$

$$x = \frac{20.4.16}{8.5} = 32$$

Logo, serão montados **32 carrinhos**.

3) Dois pedreiros levam 9 dias para construir um muro com 2m de altura. Trabalhando 3 pedreiros e aumentando a altura para 4m, qual será o tempo necessário para completar esse muro?

SOLUÇÃO:

Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x. Depois colocam-se flechas concordantes para as grandezas **diretamente proporcionais** com a incógnita e discordantes para as **inversamente proporcionais**, como mostra a figura abaixo:

pedreiros	altura	dias
↑ 2	↓ 2	9 ↓
3	4	x

Montando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{9}{x} = \frac{2}{4} \cdot \boxed{\frac{3}{2}} \rightarrow$$ Termos foram invertidos (seta contrária)

$$x = \frac{9.8}{6}$$

$$x = 12$$

Logo, para completar o muro serão necessários **12 dias**.